

## 14. Mathematik – Hinweise zur schriftlichen Abiturprüfung 2022

### A. Allgemeine fachbezogene Hinweise

Grundlage für die schriftliche Abiturprüfung 2022 in Niedersachsen sind die Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (BS, 2012) und das Kerncurriculum Mathematik für das Gymnasium – gymnasiale Oberstufe, die Gesamtschule – gymnasiale Oberstufe, das Berufliche Gymnasium, das Abendgymnasium und das Kolleg (KC, 2018).

Die im Sekundarbereich I und in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen sind unverzichtbare Grundlage für die Arbeit im Sekundarbereich II. Sie werden dort beständig vertieft und erweitert und können damit auch Gegenstand der Abiturprüfung sein.

In der Einführungsphase kann es coronabedingt zu Lernrückständen gekommen sein. Für diesen Jahrgang ist deshalb für jeden Kurs zu dokumentieren, welche Inhalte bzw. Kompetenzen in der Einführungsphase nicht bzw. nur teilweise behandelt wurden. Dies ist dann in der Qualifikationsphase zu berücksichtigen.

Beim Nachweis der fachlichen Kompetenzen kommt den Inhalten aus den drei Sachgebieten

- Analysis,
- Stochastik,
- Analytische Geometrie/Lineare Algebra

besondere Bedeutung zu.

Der Linearen Algebra kommt nur noch im Beruflichen Gymnasium besondere Bedeutung zu, falls dort der berufsbezogene Schwerpunkt „Wirtschaft“ gewählt wurde.

### B. Spezielle fachbezogene Hinweise

Die Prüfungsaufgaben des Pflichtteils sowie des Wahlteils beziehen sich auf die im Kerncurriculum und in den Bildungsstandards festgelegten inhaltsbezogenen Kompetenzen.

Für **Gymnasien, Gesamtschulen, Abendgymnasien, die Kollegs, die Freien Waldorfschulen und die Nichtschülerprüfung** werden die inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kerncurriculums in den Abschnitten 3.2.1 und 3.2.2.1 vorausgesetzt, **sofern im Folgenden keine anderslautenden Aussagen getroffen werden.**

Für das **erhöhte Anforderungsniveau** gilt:

Folgende inhaltsbezogene Kompetenzen werden für die Abiturprüfung **nicht** erwartet:

<p><b>Leitidee: Algorithmus und Zahl</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Erläutern den GAUSS-Algorithmus als ein Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme und wenden ihn an<sup>1</sup></li> </ul>
<p><b>Leitidee: Messen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bestimmen uneigentliche Integrale als Grenzwert sowohl von Beständen als auch von Flächeninhalten</li> <li>• Bestimmen Volumen von Körpern, die durch Rotation von Graphen um die x-Achse entstehen</li> </ul>
<p><b>Leitidee: Raum und Form</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Deuten das Skalarprodukt geometrisch als Ergebnis einer Projektion</li> <li>• Beschreiben die Projektion vom Raum in die Ebene mit Matrizen etwa der Form <math>\begin{pmatrix} a &amp; 1 &amp; 0 \\ b &amp; 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> und berechnen damit Punktkoordinaten für Schrägbilder</li> </ul>
<p><b>Leitidee: funktionaler Zusammenhang</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Beschreiben das Integral als Grenzwert von Produktsummen</li> <li>• Verwenden für <math>a \neq e</math> die Ableitungsfunktion der Exponentialfunktionen <math>g</math> mit <math>g(x) = a^x</math></li> </ul>

<sup>1</sup> Es ist zu beachten, dass die ebenfalls im Kerncurriculum aufgeführte Kompetenz „Lösen linearer Gleichungssysteme mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge“ sehr wohl in der Abiturprüfung erwartet wird.

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nutzen Stetigkeit und Differenzierbarkeit zur Synthese und Analyse abschnittsweise definierter Funktionen</li> <li>• Interpretieren und bestimmen uneigentliche Integrale als Grenzwerte</li> <li>• Begründen die Volumenformel für Körper, die durch Rotation von Graphen um die x-Achse entstehen, und wenden diese an</li> </ul>
<p><b>Leitidee: Daten und Zufall</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen</li> <li>• Unterscheiden zwischen kausaler und stochastischer Unabhängigkeit</li> <li>• Berechnen Konfidenzintervalle für den Parameter p und zu einer vorgegebenen Sicherheitswahrscheinlichkeit einer binomialverteilten Zufallsgröße mithilfe der Approximation durch die Normalverteilung</li> <li>• Verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen, die sich annähernd durch die Normalverteilung beschreiben lassen</li> </ul>

Für das **grundlegende** Anforderungsniveau gilt:

Die folgenden sich aus den Funktionen des Sekundarbereichs I und der Einführungsphase ergebenden Funktionsklassen sind **nicht** Gegenstand der Abiturprüfung im grundlegenden Anforderungsniveau:  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $\sqrt{x}$ ,  $\frac{1}{x^n}$  ( $x \neq 0, n \in \mathbb{N}$ )

Die folgenden Regelungen gelten sowohl für den Pflicht- als auch den Wahlteil:

Es werden für die Abiturprüfung die inhaltsbezogenen Kompetenzen aus dem Sachgebiet Analysis erwartet. Darüber hinaus werden die Inhalte aus nur einem der beiden weiteren Sachgebiete Stochastik **oder** Analytische Geometrie/Lineare Algebra erwartet. Die Entscheidung darüber, welches dieser beiden weiteren Sachgebiete Gegenstand der Prüfung ist, wird von der Schule getroffen und ist in der Regel für alle Prüfungsgruppen einheitlich.

Folgende inhaltsbezogene Kompetenzen werden für die Abiturprüfung **nicht** erwartet:

<p><b>Leitidee: Algorithmus und Zahl</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Erläutern ein algorithmisierbares Verfahren zur Lösung von linearen Gleichungssystemen und wenden es an<sup>2</sup></li> </ul>
<p><b>Leitidee: Raum und Form</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Deuten das Skalarprodukt geometrisch als Ergebnis einer Projektion</li> </ul>
<p><b>Leitidee: funktionaler Zusammenhang</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Verwenden für <math>a \neq e</math> die Ableitungsfunktion der Exponentialfunktionen <math>g</math> mit <math>g(x) = a^x</math></li> <li>• Beschreiben und untersuchen in einfachen Fällen additive und multiplikative Verknüpfungen der e-Funktion mit ganz-rationalen Funktionen vom Grad höher als 2 und wenden diese in Sachproblemen an</li> </ul>
<p><b>Leitidee: Daten und Zufall</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen</li> </ul>

Für **Berufliche Gymnasien** werden die inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kerncurriculums in den Abschnitten 3.2.1 und 3.2.2.2 mit den zugehörigen Lernbereichen vorausgesetzt, **sofern im Folgenden keine anderslautenden Aussagen getroffen werden.**

Für den im Mathematikunterricht gewählten berufsbezogenen Schwerpunkt Wirtschaft wird auf Aufgabenstellungen aus dem Sachgebiet Analytische Geometrie verzichtet. Für den berufsbezogenen Schwerpunkt Technik wird auf Aufgabenstellungen aus dem Sachgebiet Lineare Algebra verzichtet.

<sup>2</sup> Es ist zu beachten, dass die ebenfalls im Kerncurriculum aufgeführte Kompetenz „Lösen lineare Gleichungssysteme mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge“ sehr wohl in der Abiturprüfung erwartet wird.

Für das **erhöhte Anforderungsniveau** werden folgende inhaltsbezogene Kompetenzen für die Abiturprüfung **nicht** erwartet:

<p><b>Leitidee: Messen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bestimmen uneigentliche Integrale als Grenzwert sowohl von Beständen als auch von Flächeninhalten</li> <li>• Bestimmen Volumen von Körpern, die durch Rotation von Graphen um die <math>x</math>-Achse entstehen</li> <li>• Bestimmen Rauminhalte von geradlinig und ebenflächig begrenzten geometrischen Objekten<sup>3</sup> (Schwerpunkt Technik)</li> </ul>
<p><b>Leitidee: Raum und Form</b> (Schwerpunkt Technik)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Deuten das Skalarprodukt geometrisch als Ergebnis einer Projektion</li> <li>• Beschreiben die Projektion vom Raum in die Ebene mit Matrizen etwa der Form <math>\begin{pmatrix} a &amp; 1 &amp; 0 \\ b &amp; 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> und berechnen damit Punktkoordinaten für Schrägbilder</li> <li>• Beschreiben Streckungen, Spiegelungen und Drehungen um die Koordinatenachsen im Raum, sowie die Projektion vom Raum in die Ebene mit Matrizen</li> </ul>
<p><b>Leitidee: funktionaler Zusammenhang</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Beschreiben das Integral als Grenzwert von Produktsummen</li> <li>• Verwenden für <math>a \neq e</math> die Ableitungsfunktion der Exponentialfunktionen <math>g</math> mit <math>g(x) = a^x</math></li> <li>• Interpretieren und bestimmen uneigentliche Integrale als Grenzwerte</li> <li>• Begründen die Volumenformel für Körper, die durch Rotation von Graphen um die <math>x</math>-Achse entstehen, und wenden diese an</li> <li>• Geben Stammfunktionen für die Funktionen <math>f</math> mit <math>f(x) = \sin x</math> und <math>f(x) = \cos x</math> an. (Schwerpunkt Wirtschaft)</li> <li>• Beschreiben logistisches Wachstum, auch als Verkettung und Verknüpfung von Funktionen.</li> </ul>
<p><b>Leitidee: Daten und Zufall</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen</li> <li>• Unterscheiden zwischen kausaler und stochastischer Unabhängigkeit</li> <li>• Berechnen Konfidenzintervalle für den Parameter <math>p</math> und zu einer vorgegebenen Sicherheitswahrscheinlichkeit einer binomialverteilten Zufallsgröße mithilfe der Approximation durch die Normalverteilung, auch unter Verwendung graphischer Darstellungen</li> <li>• Verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Anwendungs- und Berufssituationen, die sich annähernd durch die Normalverteilung beschreiben lassen</li> </ul>

Darüber hinaus wird nicht erwartet, dass die Prüflinge mit berufsbezogenen Problemstellungen im Kontext der Biegelinien vertraut sind (Schwerpunkt Technik).

Für das **grundlegende Anforderungsniveau** gilt:

Im Pflichtteil und im Wahlteil erhalten die Prüflinge Aufgaben aus drei Sachgebieten.

Die folgenden sich aus den Funktionen des Sekundarbereichs I und der Einführungsphase ergebenden Funktionsklassen sind **nicht** Gegenstand der Abiturprüfung im grundlegenden Anforderungsniveau:  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $\sqrt{x}$ .

<p><b>Leitidee: Raum und Form</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Deuten das Skalarprodukt geometrisch als Ergebnis einer Projektion</li> </ul>
<p><b>Leitidee: funktionaler Zusammenhang</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Verwenden für <math>a \neq e</math> die Ableitungsfunktion der Exponentialfunktionen <math>g</math> mit <math>g(x) = a^x</math></li> <li>• Beschreiben und untersuchen in einfachen Fällen additive und multiplikative Verknüpfungen der e-Funktion mit ganz-rationalen Funktionen vom Grad höher als 2 und wenden diese in Sachproblemen an</li> </ul>
<p><b>Leitidee: Daten und Zufall</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen</li> <li>• Untersuchung der Verträglichkeit eines Parameters <math>p</math> mit einer vorliegenden Stichprobe</li> </ul>

<sup>3</sup> Es ist zu beachten, dass die Bestimmung von Flächeninhalten von geradlinig und ebenflächig begrenzten geometrischen Objekten auch mithilfe des Vektorproduktes sehr wohl in der Abiturprüfung erwartet wird.

### **C. Hinweise zu den Prüfungsaufgaben**

Jede Prüfungsaufgabe besteht aus Aufgaben, die sich jeweils auf eines der drei Sachgebiete Analysis, Stochastik und Analytische Geometrie/Lineare Algebra beziehen.

Bei der Formulierung der Prüfungsaufgaben werden die Operatoren entsprechend der Fassung vom 12.08.2019 verwendet. Durch diese Änderung wird eine Kompatibilität mit den bundesweit verwendeten Operatoren erreicht. Eine wesentliche Änderung besteht darin, dass der Operator „Entscheiden“ künftig keine Begründung mehr beinhaltet, sofern diese nicht explizit gefordert wird.

Für die **Gymnasien, Gesamtschulen, Beruflichen Gymnasien, Abendgymnasien, die Kollegs, die Freien Waldorfschulen und für die Nichtschülerprüfung** gilt:

Jede Prüfungsaufgabe besteht aus einem **Pflichtteil** und einem **Wahlteil**.

Die Aufgaben des Pflichtteils sind ohne elektronische Hilfsmittel (z. B. Taschenrechner, Software) sowie ohne Formelsammlung zu bearbeiten. Für die Bearbeitung der Aufgaben des Wahlteils gelten die Erläuterungen in D. Sonstige Hinweise.

Für das **erhöhte Anforderungsniveau** beträgt die Bearbeitungszeit 270 Minuten, hinzukommen 30 Minuten Auswahlzeit.

Im Einzelnen gelten folgende Zeiten:

- 70 Minuten Bearbeitungszeit für den Pflichtteil,
- 30 Minuten Auswahlzeit für den Wahlteil,
- 200 Minuten Bearbeitungszeit für den Wahlteil.

Für das **grundlegende Anforderungsniveau** beträgt die Bearbeitungszeit 225 Minuten, hinzukommen 30 Minuten Auswahlzeit.

Im Einzelnen gelten folgende Zeiten:

- 60 Minuten Bearbeitungszeit für den Pflichtteil,
- 30 Minuten Auswahlzeit für den Wahlteil,
- 165 Minuten Bearbeitungszeit für den Wahlteil.

Auf beiden Anforderungsniveaus entfallen je 25 % der erreichbaren Bewertungseinheiten auf den Pflichtteil.

Nach Ablauf der Bearbeitungszeit des Pflichtteils geben alle Prüflinge ihre Bearbeitung bei der Aufsicht führenden Lehrkraft ab. Sie erhalten dann die Aufgaben für den Wahlteil, einschließlich der zugelassenen Hilfsmittel.

Im Wahlteil gilt für die **Gymnasien, Gesamtschulen, Abendgymnasien, die Kollegs, die Freien Waldorfschulen und für die Nichtschülerprüfung**:

Die Unterteilung der einzelnen Aufgaben in Teilaufgaben orientiert sich an der Feinstruktur der Aufgaben, wie sie in der „Aufgabensammlung für den Prüfungsteil B“ des IQB dargestellt ist.

Den Prüflingen **auf erhöhtem Anforderungsniveau** werden drei Blöcke von je zwei Aufgaben vorgelegt.

- Block 1 enthält zwei Aufgaben aus dem Sachgebiet Analysis (Aufgabe 1A bzw. 1B),
- Block 2 enthält zwei Aufgaben aus dem Sachgebiet Stochastik (Aufgabe 2A bzw. 2B) und
- Block 3 enthält zwei Aufgaben aus dem Sachgebiet Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Aufgabe 3A bzw. 3B).

Die Gewichtung der drei Blöcke erfolgt etwa im Verhältnis 2 : 1 : 1.

Die Prüflinge wählen aus jedem der drei Blöcke jeweils eine von zwei zur Wahl stehenden Aufgaben aus.

Für das **grundlegende Anforderungsniveau** gibt es entsprechend der Sachgebiete drei Blöcke mit je zwei Aufgaben:

- Block 1 enthält zwei Aufgaben aus dem Sachgebiet Analysis (Aufgabe 1A bzw. 1B),
- Block 2 enthält zwei Aufgaben aus dem Sachgebiet Stochastik (Aufgabe 2A bzw. 2B) und
- Block 3 enthält zwei Aufgaben aus dem Sachgebiet Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Aufgabe 3A bzw. 3B).

Den Prüflingen wird der Block 1 und je nach Entscheidung der Schule entweder der Block 2 oder der Block 3 vorgelegt.

Die Gewichtung der zwei vorgelegten Blöcke erfolgt etwa im Verhältnis 1 : 1.

Jeder Prüfling wählt eine Aufgabe zur Bearbeitung aus Block 1 aus. Jeder Prüfling bearbeitet beide Aufgaben aus dem weiteren vorgelegten Block.

Für die **Abendgymnasien, die Kollegs, die Waldorfschulen und für die Nichtschülerprüfung** besteht auf grundlegendem und auf erhöhtem Anforderungsniveau die Möglichkeit, sich durch eine geeignete Aufgabenauswahl hinsichtlich der Sachgebiete zu beschränken. Davon ausgenommen ist das Sachgebiet Analysis. Dies gilt auch für den Pflichtteil.

Für **Berufliche Gymnasien** gelten folgende besondere Regelungen:

Berufliche Gymnasien mit mehreren Fachrichtungen (BG „Wirtschaft“, BG „Technik“, BG „Gesundheit und Soziales“) entscheiden zu Beginn der Einführungsphase über die Zuordnung zu einem der beiden berufsbezogenen Schwerpunkte „Wirtschaft“ oder „Technik“.

Die Aufgaben des Pflichtteils basieren auf den im Kerncurriculum ausgewiesenen Kompetenzen für den jeweilige berufsbezogenen Schwerpunkt des Mathematikunterrichts des Beruflichen Gymnasiums.

Für den Wahlteil werden den Prüflingen drei Blöcke von je zwei Aufgaben vorgelegt. Diese Aufgaben werden dabei entsprechend der Lernbereiche des Kerncurriculums mit Berufsbezug gestellt. In Abhängigkeit von dem berufsbezogenen Schwerpunkt des Mathematikunterrichts wird folgende Zuordnung der Sachgebiete für die Blöcke festgelegt:

	Berufsbezogener Schwerpunkt „Wirtschaft“	Berufsbezogener Schwerpunkt „Technik“
Block 1	Analysis	Analysis
Block 2	Stochastik	Stochastik
Block 3	Lineare Algebra	Analytische Geometrie

Die Gewichtung der drei Blöcke erfolgt etwa im Verhältnis 2 : 1 : 1.

Auf **erhöhtem Anforderungsniveau** wählt der Prüfling aus jedem der drei Blöcke jeweils eine von zwei zur Wahl stehenden Aufgaben aus.

Auf **grundlegendem Anforderungsniveau** wählt der Prüfling eine Aufgabe aus Block 1 und zwei Aufgaben aus den Blöcken 2 und 3.

### Hinweise zur Rechnertechnologie für alle Schulformen

Für die schriftliche Abiturprüfung werden im Wahlteil unterschiedliche Prüfungsaufgaben vorgelegt, die sich durch die Art der verwendeten Rechnertechnologie unterscheiden. Dabei werden die folgenden zwei Technologiekategorien berücksichtigt:

- grafikfähiger Taschenrechner ohne CAS (**GTR**)
- computeralgebrafähiger Taschencomputer, Computeralgebrasystem auf einem Tablet, PC oder Notebook (**CAS**).

Einzelne Teile und Aufgabenstellungen der Prüfungsaufgaben können sich bzgl. der zu erwartenden Lösungsstrategie, der Lösungswege und der Lösungsvielfalt in Abhängigkeit von der jeweilig zu benutzenden Rechnertechnologie unterscheiden. Bei der vorgegebenen Bewertung wird die verwendete Rechnertechnologie berücksichtigt.

Unabhängig von der verwendeten Technologieform sollen die Prüflinge auch über rechnerunabhängige Grundkompetenzen verfügen.

## **D. Sonstige Hinweise**

### **Hilfsmittel**

- **Formelsammlung**  
Im Wahlteil der Abiturprüfung ist eine gedruckte Formelsammlung der Schulbuchverlage gemäß der „Informationen zur Nutzung von Formelsammlungen“ zugelassen. Die von der Schule gewählte Formelsammlung muss allen Prüflingen zur Verfügung stehen und im Unterricht eingesetzt worden sein.
- **Digitale Mathematikwerkzeuge**  
Im Wahlteil der Abiturprüfung sollen die Prüflinge die ihnen bekannte und vom Unterricht vertraute Rechnertechnologie einsetzen. Sie sollen in der Prüfung u. a. den sinnvollen Gebrauch der ihnen vertrauten Rechnertechnologie nachweisen. Dabei ist auch ein Handbuch für den Taschenrechner als Hilfsmittel zugelassen. Die Schule muss zu Beginn der Einführungsphase festlegen, welche der oben beschriebenen zwei Technologiekategorien in der Abiturprüfung in den jeweiligen Prüfungsgruppen angewendet werden soll. Durch diese Entscheidung wird eine Aufgabenklasse für die Prüfungsgruppe festgelegt, die nicht mehr verändert werden kann.

Für den Technologieeinsatz in den Prüfungen gilt:

- Alle Prüflinge einer Prüfungsgruppe verwenden nach Möglichkeit dasselbe Rechnermodell mit demselben Betriebssystem. In jedem Fall ist sicherzustellen, dass die in einer Prüfungsgruppe verwendeten Hilfsmittel als vergleichbar eingestuft werden können.
- Alle Taschenrechner einer Prüfungsgruppe sind mittels eines Hard- bzw. Software-Resets vor der Prüfung in einen vergleichbaren Zustand zu versetzen. Eigene Programme und Dateien sind auf dem Taschenrechner nicht zulässig.
- Für eine hinreichende Anzahl von Ersatzrechnern ist zu sorgen.
- Bei den Computeralgebrasystemen sind keine Ergänzungsprogrammpakete zulässig; beispielsweise ist die Verwendung des Moduls „3D Grafik“ von GeoGebra nicht zulässig. Auf digitalen Endgeräten sind neben einem CAS die Standard-Officeprogramme und der zum Betriebssystem gehörende Taschenrechner, aber keine weiteren mathematischen Programme und keine weiteren Dateien zulässig.
- Bei der Verwendung digitaler Endgeräte ist der RdErl. „Nutzung eingeführter digitaler Endgerät in Prüfungssituationen“ zu beachten (vgl. <https://pruefung-digital.nibis.de/>). Die textliche Dokumentation der Problemlösung muss in der Reinschrift so angelegt sein, dass der Gedankengang der Problemlösung vollständig nachvollziehbar ist; die Dokumentation ist integraler Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.
- Bei der Übertragung von Graphen von Rechnern in die Dokumentation sind die Skalierungen der Achsen geeignet zu dokumentieren; die Terme der dargestellten Funktionen sind anzugeben, die Zuordnung Term – Graph muss eindeutig und nachvollziehbar sein.
- Die verwendete Technologie muss in den Prüfungsakten (mit Angabe des verwendeten Computeralgebrasystems bzw. Taschenrechner-Modells) von dem Prüfer vermerkt werden.